

# ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ «ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР. ЛЕКТОР Д.С. ТКАЧЕНКО. ПОТОК ИМО-1, 2017/18 у.г.

## I. МНОЖЕСТВА И ФУНКЦИИ

- 1) Понятие множества, операции над множествами. Примеры основных числовых множеств.
- 2) Понятие функции и ее графика. Явные и неявные функции. Функция  $y = |x|$ . Свойства модуля.
- 3) Основные элементарные функции: квадратичная, степенная, показательная (определения, формулы, графики).
- 4) Тригонометрические функции, их графики. Важнейшие тригонометрические соотношения.
- 5) Комплексные числа. Операции с комплексными числами. Формула Муавра. Формула Эйлера.

## II. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

- 6) Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
- 7) Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов.
- 8) Определение базиса на плоскости и в пространстве. Теорема о разложимости вектора по базису. Координаты вектора и их свойства. Понятие ОНБ.
- 9) Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.
- 10) Угол между векторами. Проекция вектора на ось и ее свойства.
- 11) Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение через декартовы координаты перемножаемых векторов. Запись длин и углов через координаты двух векторов в ОНБ.
- 12) Определители второго и третьего порядков. Запись векторного и смешанного произведения через координаты множителей.
- 13) Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Условие коллинеарности двух векторов.
- 14) Смешанное произведение векторов, его свойства. Условие компланарности трех векторов.
- 15) Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.

## III. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

- 16) Уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве, проходящих через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
- 17) Общее уравнение первого порядка на плоскости и в пространстве. Его исследование.
- 18) Параметрическое и каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки плоскости и уравнение с угловым коэффициентом.
- 19) Нормированное уравнение прямой на плоскости. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
- 20) Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой.
- 21) Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
- 22) Нормированное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
- 23) Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнения прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей, переход к каноническому уравнению.
- 24) Расстояние между скрещивающимися прямыми.
- 25) Расстояние между параллельными прямыми.

#### IV. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

- 26) Определение числовой последовательности и ее предела (примеры).
- 27) Ограниченные и неограниченные числовые последовательности.
- 28) Сходящиеся числовые последовательности. Арифметические свойства пределов.
- 29) Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, их взаимосвязь.
- 30) Сходящиеся числовые последовательности. Лемма об ограниченности сходящейся последовательности.
- 31) Понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной и ограниченной последовательности (б/д).
- 32) Понятие о методе математической индукции. Неравенство Бернулли.
- 33) Число  $e$  как предел последовательности. Примеры пределов "типа  $e$ ".

#### V. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

- 34) Предел функции. Арифметические свойства пределов (б/д). Понятие асимптотического соотношения: эквивалентные и бесконечно малые функции. Принцип замены на эквивалентные функции при вычислении пределов.
- 35) Первый замечательный предел.
- 36) Второй замечательный предел.
- 37) Замечательные пределы:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$ . Основные асимптотические соотношения (таблица эквивалентностей).
- 38) Непрерывность функции в точке. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на отрезке.

#### VI. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

- 39) Дифференцируемые в точке функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Пример непрерывной, но не дифференцируемой функции.
- 40) Правила дифференцирования.
- 41) Производная сложной функции. Теорема о производной обратной функции.
- 42) Производные основных элементарных функций.