

Занятие 10 для групп ИМО – 1 семестр (Б17-801)

Тема занятия: комбинированные задачи на прямые и плоскости в пространстве

1043. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1, -1, -1)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$.

Ответ: $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

1045. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

Ответ: $m = -3$.

1047^M. При каких значениях A и D прямая $x = 4t + 3$, $y = -4t + 1$, $z = t - 1$ лежит в плоскости $Ax + 2y - 4z + D = 0$?

Ответ: $A = 3$, $D = -15$.

1053^M. Дана точка $P(5, 2, -1)$ и плоскость $\pi: 2x - y + 3z + 23 = 0$. Найти:

а) проекцию P_1 точки P на плоскость π ;

б) точку P_2 , симметричную точке P относительно плоскости π .

Ответ: $P_1(1, 4, -7)$, $P_2(-3, 6, -13)$.

1063 (2). Вычислить расстояние d от точки $P(2, 3, -1)$ до прямой $x = t + 1$, $y = t + 2$, $z = 4t + 13$.

Ответ: $d = 6$.

I. На прямой

$$l: \begin{cases} x + y - 2z - 2 = 0, \\ x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

найти точку, наименее удаленную от начала координат.

Ответ: $M\left(\frac{1}{3}, \frac{17}{15}, -\frac{4}{15}\right)$.

1077^M. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = t + 1$, $y = -t + 2$, $z = -t - 3$ параллельно прямой:

$$l: \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0, \\ x + 2y - z - 5 = 0. \end{cases}$$

Ответ: $x + 2y - z - 8 = 0$.

1081. Прямая l проходит через точку $M_0(3, -2, -4)$, пересекает прямую

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

и параллельна плоскости $3x - 2y - 3z - 7 = 0$. Составить каноническое уравнение для l .

Ответ: $l: \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{9}$.

1083 (2). Найти расстояние между прямыми:

$$l_1: x = 2t - 4, \quad y = -t + 4, \quad z = -2t - 1;$$

$$l_2: x = 4t - 5, \quad y = -3t + 5, \quad z = -5t + 5.$$

Ответ: $\text{dist}(l_1, l_2) = 3$.

Д/з 13 для групп Д1-01, Д1-02, Д1-03, Д1-04

1038. Доказать, что прямая $x = 3t - 2$, $y = -4t + 1$, $z = 4t - 5$ параллельна плоскости $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.

1040 (1, 2). Найти точку пересечения прямой и плоскости:

1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$, $2x + 3y + z - 1 = 0$;

2) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-5}$, $x - 2y + z - 15 = 0$.

Ответ: 1) $(2, -3, 6)$; 2) прямая параллельна плоскости.

1044. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1, -2, 1)$ перпендикулярно к прямой:

$$l: \begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0, \\ x + y - z + 2 = 0. \end{cases}$$

Ответ: $x + 2y + 3z = 0$.

1048^M. При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 4z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $x = 2t + 3$, $y = -3t + 5$, $z = -2t - 2$?

Ответ: $A = -4$, $B = 6$.

1050^M. Дана точка $P(2, -1, 3)$ и прямая $l: x = 3t$, $y = 5t - 7$, $z = 2t + 2$. Найти:

а) проекцию P_1 точки P на прямую l ;

б) точку P_2 , симметричную точке P относительно прямой l .

Ответ: $P_1(3, -2, 4)$, $P_2(4, -3, 5)$.

1054. Найти точку Q , симметричную точке $P(1, 3, -4)$ относительно плоскости

$$3x + y - 2z = 0.$$

Ответ: $Q(-5, 1, 0)$.

1062. Вычислить расстояние от точки $P(1, -1, -2)$ до прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$.

Ответ: $d = 7$.

1068. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = 2t + 1$, $y = -3t + 2$, $z = 2t - 3$ и точку $M_1(2, -2, 1)$.

Ответ: $4x + 6y + 5z - 1 = 0$.

1074. Найти проекцию точки $C(3, -4, -2)$ на плоскость, проходящую через параллельные прямые:

$$\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}, \quad \frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}.$$

Ответ: $C_1(2, -3, -5)$.