

Занятие 11 для групп ИМО – 1 семестр (Б17-801)

Тема занятия: вычисление пределов

I. Дать определения: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 5$, 2) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$, 3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$.

II. Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{2}{n} \right) \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (= 0);$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2^n + 3^n} \quad (= 1);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n + 7^{n-1} + 8^{n-2}}{3^{n+10} + 2^{3n+2}} \quad \left(= \frac{1}{256} \right);$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3 + 15}{3n^3 + \sqrt{n^6 + 1}} \quad \left(= -\frac{1}{4} \right);$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{n} \right) \quad \left(= \frac{3}{2} \right);$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3n^4 + 4n^2 + 5} - \sqrt{3n^4 + 2n^2 + 1} \right) \quad \left(= \frac{1}{\sqrt{3}} \right).$$

III. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{x + \sqrt{x}} \quad (= 2);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1} \quad \left(= -\frac{3}{2} \right);$$

$$3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + 2h)^3 - x^3}{h} \quad (= 6x^2);$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49} \quad \left(= -\frac{1}{56} \right);$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \quad \left(= \frac{3}{2} \right);$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{1 - 2x}}{x + x^2 + x^3} \quad (= 2).$$

IV. Вспомнить график функции $y = \operatorname{arctg} x$. Указать характер точки разрыва $x = 1$ для функции $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x - 1}$.

Д/з 14 для групп Д1–01, Д1–02, Д1–03, Д1–04

I. Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+3n)(6+7n^6)}{(1+n+n^2+n^3)(4+5n^4)} \quad \left(= \frac{21}{5} \right);$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 5 \cdot 4^n}{5^{n+2} - 4} \quad \left(= \frac{1}{25} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3 \cdot 2^n \cdot 5^n + 2^{3n+1}}{10^{n+2} + 100 \cdot 3^{2n}} \quad (= 0,03);$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} + 2n + 4n^2}{2n^2 - 1 + \sqrt[3]{n^6 + n}} \quad \left(= \frac{4}{3} \right);$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 12\sqrt{n+1}} - \sqrt{n+1} \right) \quad (= 6);$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{6n^6 + 3n^3 + 1} - \sqrt{6n^6 + 5n^3 + 4} \right) \quad \left(= -\frac{1}{\sqrt{6}} \right).$$

II. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{\sqrt[4]{x+1} + \sqrt{x^4+1}} \quad (= 3);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{16-2x^3} \quad \left(= \frac{1}{6} \right);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - (2-x)^3}{(1+x)^2 - (1-x)^2} \quad (= 6);$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{x+4} - 3} \quad \left(= \frac{3}{2} \right);$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[4]{x}-1} \quad (= 4);$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} \quad \left(= 3\sqrt{2} \right).$$