

Занятие 9 для групп ИМО – 1 семестр (Б17-801)

Тема занятия: плоскости и прямые в пространстве

913. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_1(2, 1, -1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{n} = \{1; -2; 3\}$.

Ответ: $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

917. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(3, 4, -5)$ параллельно векторам $\vec{a}_1 = \{3; 1; -1\}$ и $\vec{a}_2 = \{1; -2; 1\}$.

Ответ: $x + 4y + 7z + 16 = 0$.

921. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки

$$M_1(3, -1, 2), \quad M_2(4, -1, -1), \quad M_3(2, 0, 2).$$

Ответ: $3x + 3y + z - 8 = 0$.

I. При каких значениях α плоскости $3x + y - z + 1 = 0$ и $9x + 3y + \alpha z + 6 = 0$ являются
а) параллельными? б) перпендикулярными?

Ответ: а) $\alpha = -3$; б) $\alpha = 30$.

II. Вычислить расстояние от точки M до плоскости:

1) $M(1, 2, 3)$, $2x - y - 2z + 5 = 0$; 2) $M(3, -1, -1)$, $x + y + z + 5 = 0$.

Ответ: 1) $1/3$; 2) $2\sqrt{3}$.

III. Составить параметрические уравнения прямых, проходящих через точку $M_0(3, 2, 1)$ параллельно: 1) вектору $\vec{a} = \{2; -1; 5\}$; 2) прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+6}{0}$; 3) прямой $x = 3t - 7$, $y = 2t + 3$, $z = -5t - 2$.

Ответ: 1) $x = 2t + 3$, $y = -t + 2$, $z = 5t + 1$; 2) $x = t + 3$, $y = -t + 2$, $z = 1$;
3) $x = 3t + 3$, $y = 2t + 2$, $z = -5t + 1$.

1035. Составить уравнение движения точки $M(x; y; z)$, которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $M_1(-7; 12; 5)$ до точки $M_2(9; -4; -3)$ за промежутки времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4$.

Ответ: $x = 4t - 7$, $y = -4t + 12$, $z = -2t + 5$, $0 \leq t \leq 4$.

1011. Через точки $M_1(-6, 6, -5)$ и $M_2(12, -6, 1)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

Ответ: $A(9, -4, 0)$, $B(3, 0, -2)$, $C(0, 2, -3)$.

1019. Составить каноническое уравнение прямой $l: \begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$

Ответ: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$. (Ответ может отличаться, если взять другую точку или другой направляющий вектор.)

IV. Показать, что прямые $l_1: x = 2t - 1$, $y = -t + 2$, $z = -t + 3$ и $l_2: x = -t - 1$, $y = 2t + 5$, $z = -t$ пересекаются. Найти точку пересечения.

Ответ: $M(1, 1, 2)$ (при $t_1 = 1$ на l_1 и при $t_2 = -2$ на l_2).