



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ  
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

---

## ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

*по математическому анализу*

М о с к в а 2 0 0 4

УДК 517(075)

ББК 22.161

Д 66

Домашние задания по математическому анализу. М.: МИФИ, 2004. – 12 с.

Данный сборник содержит 30 вариантов домашних заданий по математическому анализу, которые можно предлагать студентам второго семестра всех факультетов по этой дисциплине. Все 30 вариантов примерно одинаковы по трудности.

Предназначены для студентов первого курса всех факультетов.

Автор: А.П. Горячев.

Рекомендовано к изданию редсоветом МИФИ

© Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2004 г.

Редактор Н.В. Шумакова

Оригинал-макет изготовлен А.П. Горячевым

Подписано в печать .

Уч.-изд. л. 0,75. Печ. л. 0,75.

Изд. № 015 – 1.

Формат 60 × 84<sup>1/16</sup>.

Тираж экз.

Заказ №

Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет). Типография МИФИ.

115409, Москва, Каширское ш., 31

# 1. Найти площадь плоской области, ограниченной данными линиями

№	а)	б)
1	$y^2 = 2x + 1, \quad x + y - 1 = 0$	$r = 2 \sin 3\varphi + 3$
2	$y = x^2, \quad x = y^2$	$r = \frac{1}{1 - \cos \varphi}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$
3	$y^2 + 8x = 16, \quad y^2 - 24x = 48$	$r = 2 \sqrt{\cos 2\varphi}$
4	$y = x^2, \quad y = x^3$	$r = 2 + \cos 4\varphi$
5	$y = \frac{1}{1 + x^2}, \quad y = \frac{x^2}{2}$	$r = 2 \cos 3\varphi$
6	$y = x(x - 1)^2, \quad y = 0$	$r = 2 - \cos 4\varphi$
7	$y = x - x^2 \sqrt{x}, \quad y = 0$	$r = 3 - 2 \cos \varphi \quad (r \leq 4)$
8	$x = y^2(y - 1), \quad x = 0$	$r = 2 \cos 9\varphi$
9	$x = y - y^2 \sqrt{y}, \quad x = 0$	$r = 2 \cos 2\varphi$
10	$y^2 = x(x - 1)^2$	$r = 2 \sin 4\varphi + 3$
11	$y = e^x, \quad y = e^{-x}, \quad x = 1$	$r = 1 + \cos \varphi$
12	$x^2 = y(y - 1)^2$	$r = 2e^{-\frac{\varphi}{\pi}} \quad (0 \leq \varphi \leq \pi)$
13	$y = \ln x, \quad y = -\ln x, \quad y = 1$	$r = 3 - \cos 2\varphi$
14	$y = (x^2 + 2x)e^{-x}, \quad y = 0$	$r = 3 + 2 \cos \varphi$
15	$y = \ln x, \quad y = \ln^2 x$	$r = 2 \sin 6\varphi$
16	$x^2 - 2y = 1, \quad x - y + 1 = 0$	$r = 2 \operatorname{tg} \varphi, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$
17	$y = e^x, \quad y = e^{\sqrt{x}}$	$r = 2 + \sin 2\varphi$
18	$x^2 + 8y = 16, \quad x^2 - 24y = 48$	$r = 2 - \sin 2\varphi$

окончание на следующей странице

окончание		
№	а)	б)
19	$x = y^2, \quad x = y^3$	$r = 3 + \sin 4\varphi$
20	$y^2 - 2y + x = 0, \quad x + y = 0$	$r = 2\sqrt{\sin 2\varphi}$
21	$x =  \ln y , \quad x = 0, \quad y = \frac{1}{e}, \quad y = e$	$r = 3 - \sin 4\varphi$
22	$x = (y^2 + 2y)e^{-y}, \quad x = 0$	$r^2 = 4 \sin^2 4\varphi$
23	$y^2(1 - y^2) = x^2$	$r = 3 + 2 \sin \varphi \quad (r \leq 4)$
24	$y^2 + 4y - x = 0, \quad x - y = 4$	$r = 2 \cos 6\varphi$
25	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 4$	$r = 3 - \sin 2\varphi$
26	$y^2 = (2x - x^2)^2$	$r = 6\sqrt{\sin 2\varphi}$
27	$y = x^2 + 4x, \quad y = x + 4$	$r = 3 + 2 \sin 4\varphi$
28	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$	$r = 2 + \sin 4\varphi$
29	$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$	$r = 2 \cos 9\varphi$
30	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1, \quad x = 4$	$r = 3 - 2 \sin 4\varphi$

## 2. Найти длину кривой

№	Уравнения	Ь	Уравнения
1	$x = \frac{y^2}{4} - \frac{\ln y}{2} \quad (1 \leq y \leq e)$	2	$r = \frac{1}{\varphi} \quad \left(\frac{1}{2} \leq \varphi \leq 2\right)$
3	$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$	4	$5y^3 = x^2 \quad (x^2 + y^2 \leq 6)$

продолжение на следующей странице

<i>продолжение</i>			
№	Уравнения	ь	Уравнения
5	$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$	6	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$
7	$\begin{cases} x = \cos^4 t, \\ y = \sin^4 t \end{cases}$	8	$y = \ln \cos x \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right)$
9	$y^2 = 5x^3 \quad (x^2 + y^2 \leq 6)$	10	$r = 1 + \cos \varphi$
11	$y^2 = 2x \quad (0 \leq x \leq 2)$	12	$\begin{cases} x = \int_1^t \frac{\cos z}{z} dz, \\ y = \int_1^t \frac{\sin z}{z} dz \end{cases} \quad \left(1 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$
13	$r = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$	14	$y = \ln(1 - x^2) \quad \left(0 \leq x \leq \frac{1}{2}\right)$
15	$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$	16	$r = \cos^3 \frac{\varphi}{3}$
17	$y^3 = x^2 \quad (0 \leq y \leq 1)$	18	$\begin{cases} x = t^2, \\ y = \frac{t(t^2 - 3)}{3} \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \sqrt{3})$
19	$y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \quad (2 \leq x \leq 3)$	20	$y = 2\sqrt{x} \quad (0 \leq x \leq 1)$
21	$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} - t, \\ y = t^2 + 2 \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 3)$	22	$r = 2\varphi \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi)$
23	$r = 2(1 + \cos \varphi)$	24	$y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2} \quad (1 \leq x \leq 4)$
25	$y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$	26	$y = \operatorname{ch} x \quad (-\ln 2 \leq x \leq \ln 2)$
27	$y^2 = 2x \quad (0 \leq y \leq 2)$	28	$y = \ln x \quad (\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{8})$

окончание на следующей странице

ОКОНЧАНИЕ			
№	Уравнения	ь	Уравнения
29	$y = \ln \sin x \quad \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$	30	$y = \ln \cos x \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}\right)$

### 3. Найти объём тела, ограниченного данными поверхностями

№	Уравнения	ь	Уравнения
1	$\sqrt{y^2 + z^2} = \operatorname{ch} x \quad (-1 \leq x \leq 1)$	2	$(x^2 + z^2)^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$
3	$\sqrt{y^2 + z^2} = \cos \frac{\pi x}{4} \quad (-2 \leq x \leq 2)$	4	$y^2 + z^2 = e^{-2x} \sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$
5	$\sqrt{y^2 + z^2} = \sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$	6	$8z = x^2 + y^2, \quad z = 2$
7	$2x = y^2 + z^2, \quad y^2 + z^2 + 2x = 8$	8	$x^2 + y^2 - z^2 = 1 \quad (-3 \leq z \leq 3)$
9	$y^2 + z^2 = x^3, \quad x = 1$	10	$\sqrt{y^2 + z^2} = 2x - x^2 \quad (0 \leq x \leq 2)$
11	$x^2 - 4y^2 + z^2 = 36 \quad (-2 \leq y \leq 2)$	12	$x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{y^2 + z^2}$
13	$4x^2 - y^2 - z^2 = 4, \quad x = 2$	14	$x^2 = \sqrt{y^2 + z^2}, \quad x^2 = y^2 + z^2$
15	$x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{x^2 + z^2}$	16	$y^2 + z^2 = e^{-2x} \quad (0 \leq x \leq 2)$
17	$y^2 + z^2 + x = 3, \quad x = 2\sqrt{y^2 + z^2}$	18	$9(y^2 + z^2) = x(3-x)^2 \quad (0 \leq x \leq 3)$
19	$y^4 = 16(x^2 + z^2) \quad (-2 \leq y \leq 2)$	20	$\sqrt{x^2 + y^2} = 2z - z^2 \quad (0 \leq z \leq 2)$
21	$y = x^2 + z^2, \quad y^2 = 4(x^2 + z^2)$	22	$\sqrt{x^2 + y^2} = ze^z, \quad z = 1$
23	$\sqrt{x^2 + z^2} = 1 - y^2$	24	$x = y^2 + z^2, \quad x^2 = y^2 + z^2$
25	$\sqrt{y^2 + z^2} = 1 - x^2$	26	$4x^2 + 9(y^2 + z^2) = 36$
27	$\sqrt{y^2 + z^2} = xe^x, \quad x = 1$	28	$z = x^2 + y^2, \quad z^2 = x^2 + y^2$

ОКОНЧАНИЕ НА СЛЕДУЮЩЕЙ СТРАНИЦЕ

окончание			
№	Уравнения	ь	Уравнения
29	$9x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$	30	$\sqrt{y^2 + z^2} = \arcsin x, \quad x = 1$

## 4. Найти площадь поверхности

№	Уравнения	ь	Уравнения
1	$x^{\frac{2}{3}} + (y^2 + z^2)^{\frac{1}{3}} = 1$	2	$9(y^2 + z^2) = x(3-x)^2 \quad (0 \leq x \leq 3)$
3	$x^2 + z^2 = 4y \quad (0 \leq y \leq 3)$	4	$y^2 + z^2 = \cos^2 \frac{\pi x}{2} \quad (-1 \leq x \leq 1)$
5	$\sqrt{x^2 + z^2} = \operatorname{tg} y \quad (0 \leq y \leq \frac{\pi}{3})$	6	$9(x^2 + z^2) = y(3-y)^2 \quad (0 \leq y \leq 3)$
7	$y^2 + z^2 + 4x = 0 \quad (-3 \leq x \leq 0)$	8	$\operatorname{tg}^2 z = x^2 + y^2 \quad (0 \leq z \leq \frac{\pi}{4})$
9	$9x^2 + 4(y^2 + z^2) = 36$	10	$y^2 + z^2 = \sin^2 x \quad (0 \leq x \leq \pi)$
11	$y^2 + z^2 = e^{-2x} \quad (0 \leq x \leq 1)$	12	$x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{x^2 + z^2}$
13	$x^3 = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (0 \leq x \leq 1)$	14	$y^2 + z^2 = \cos^2 x \quad (-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2})$
15	$y^2 + z^2 = 8x \quad (0 \leq x \leq 6)$	16	$x^2 + z^2 = e^{-2y} \quad (0 \leq y \leq 2)$
17	$x^2 + z^2 = e^{2y} \quad (0 \leq y \leq 1)$	18	$x^2 + y^2 = 8z \quad (0 \leq z \leq 6)$
19	$9(x^2 + y^2) = z(3-z)^2 \quad (0 \leq z \leq 3)$	20	$4y + x^2 + z^2 = 0 \quad (-3 \leq y \leq 0)$
21	$\sqrt{y^2 + z^2} = \operatorname{ch} x \quad (-1 \leq x \leq 1)$	22	$x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$
23	$x^2 + 4(y^2 + z^2) = 1$	24	$\sqrt{x^2 + z^2} = \sin y \quad (0 \leq y \leq \pi)$
25	$x^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{y^2 + z^2}$	26	$x^2 + y^2 = e^{-2z} \quad (0 \leq z \leq 1)$
27	$x^2 + z^2 = \cos^2 y \quad (-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2})$	28	$y^2 + z^2 = e^{2x} \quad (-1 \leq x \leq 1)$
29	$z = x^2 + y^2 \quad (0 \leq z \leq 4)$	30	$\sqrt{y^2 + z^2} = \operatorname{ch} \frac{x}{2} \quad (-2 \leq x \leq 2)$



## 5. Вычислить интегралы

№	а)	б)
1	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$	$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \cos x dx$
2	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x+x^3}$	$\int_0^1 \ln^2 x dx$
3	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+5)(x^2+1)}$	$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
4	$\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$	$\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$
5	$\int_1^{+\infty} \frac{1+2x}{x^2(1+x)} dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$
6	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3+1}$	$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$
7	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx$	$\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$
8	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$	$\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^3 x}$
9	$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \sin x dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$
10	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^4}{1+x^{10}} dx$	$\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt[3]{1-x}}$

продолжение на следующей странице

<i>продолжение</i>		
№	а)	б)
11	$\int_1^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$
12	$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$	$\int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{9-x^2}}$
13	$\int_0^{+\infty} x^5 e^{-x^2} dx$	$\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x-x^2-8}}$
14	$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2}$	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x(2-x)}}$
15	$\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{(x+1)(x-1)^2}$	$\int_1^2 \ln^2(x-1) dx$
16	$\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$	$\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt[3]{1-2x}}$
17	$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \cos 3x dx$	$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}}$
18	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$	$\int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{x-2}}$
19	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\operatorname{ch} x}$	$\int_0^3 \frac{3+x}{\sqrt{9-x^2}} dx$
20	$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x} dx$	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x(2-x)}}$

*окончание на следующей странице*

ОКОНЧАНИЕ		
№	а)	б)
21	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x^3 - 4}}$	$\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
22	$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$	$\int_1^2 \frac{dx}{x \sqrt{4 - x^2}}$
23	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$	$\int_0^2 \frac{2 + x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx$
24	$\int_0^{+\infty} x^5 e^{-x^3} dx$	$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$
25	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{1 + x^5 + x^{10}}}$	$\int_2^3 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 4}}$
26	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + 4e^{3x}}$	$\int_0^1 \frac{3 + x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
27	$\int_3^{+\infty} \frac{x dx}{x^3 - 3x + 2}$	$\int_1^3 \frac{dx}{x \sqrt{4x - x^2 - 3}}$
28	$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$	$\int_0^3 \frac{2 + x^2}{\sqrt{9 - x^2}} dx$
29	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{1 + x^2}}$	$\int_0^1 \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
30	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$	$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{5x - x^2 - 6}}$

## 6. Исследовать на сходимость

№	Интегралы	№	Интегралы
1	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2 \sqrt{x}} dx$	2	$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x^4-1}} dx$
3	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{e^x-1} dx$	4	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt[4]{x^5+x^7}} dx$
5	$\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos x}{\sqrt{x^5+x^6}} dx$	6	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x^3(4+x^2)}} dx$
7	$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x^2}{\sqrt{x^4-1}} dx$	8	$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{x^5(x^2+2)}}$
9	$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt{x^4+2x^2+x}}$	10	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{\sqrt{x^3(x+1)(x+2)}}$
11	$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^4+1} \operatorname{arctg} x}$	12	$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{(x^2-1)^5}}$
13	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x \sqrt{x}} dx$	14	$\int_1^{+\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{x^2-1} \ln x}$
15	$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 \ln x} dx$	16	$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x^5+1} \sin \sqrt{x}}{e^x-1} dx$
17	$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} \cos x dx}{\sqrt[3]{x^2+x-2}}$	18	$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3-1}}{(x^4+1) \ln x} dx$
19	$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{x \sqrt{x(x+1)}}$	20	$\int_0^{+\infty} \frac{\sin 3x dx}{x \sqrt[3]{x(x+2)}}$
окончание на следующей странице			

окончание			
№	Интегралы	№	Интегралы
21	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x) dx}{\sqrt{x^3(x+2)(x+3)}}$	22	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{x \sqrt[3]{x(1+x^4)}}$
23	$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cos 2x}{\sqrt{x^4-1}} dx$	24	$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x^2}{\sqrt[3]{(x^2-1)^5}} dx$
25	$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt{e^x-1}}$	26	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2+x^3} dx$
27	$\int_1^{+\infty} \frac{1 - e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin \frac{1}{x}}{\sqrt{x-1}} dx$	28	$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2+4x^3} dx$
29	$\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{x \sqrt{x^2+1}} dx$	30	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x \sqrt[3]{x^2-1}} dx$

## Содержание

1. Найти площадь плоской области, ограниченной данными линиями. . . . .	3
2. Найти длину кривой . . . . .	4
3. Найти объём тела, ограниченного данными поверхностями .	6
4. Найти площадь поверхности . . . . .	7
5. Вычислить интегралы . . . . .	8
6. Исследовать на сходимость . . . . .	11