

1. Вопросы экзаменационных билетов

- 1) Уравнения с разделяющимися переменными. Определение и ТСЕ решения задачи Коши.
- 2) Однородные уравнения 1-го порядка. Определение и ТСЕ решения задачи Коши.
- 3) Линейные уравнения 1-го порядка. Определение и ТСЕ решения задачи Коши*. Метод вариации постоянной на примере.
- 4) Уравнения в полных дифференциалах. Критерий полного дифференциала* и ТСЕ решения задачи Коши. Понятие интегрирующего множителя.
- 5) Уравнения, неразрешённые относительно производной. Постановка задачи Коши.
- 6) Уравнения, неразрешённые относительно производной. Общий метод введения параметра.
- 7) Уравнения Клеро и Лагранжа.
- 8) Особые решения. Алгоритм их нахождения.
- 9) Уравнения, допускающие понижение порядка. Четыре случая.
- 10) Линейные системы ОДУ. Запись при помощи линейного оператора. ТСЕ решения задачи Коши*.
- 11) Понятие Вронскиана. Вронскиан линейно зависимых вектор-функций.
- 12) Вронскиан решений однородной линейной системы.
- 13) Понятие ФСР и теорема о существовании ФСР однородной линейной системы*.
- 14) Теорема о структуре общего решения однородной линейной системы.
- 15) Теорема о структуре общего решения неоднородной линейной системы.
- 16) Решение однородной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных корней*.
- 17) Решение однородной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай различных корней, пара из которых комплексно-сопряжённые*.
- 18) Решение неоднородной линейной системы ОДУ с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных*.
- 19) Сведение линейного ОДУ n -ого порядка к линейной системе n -ого порядка. ТСЕ решения задачи Коши*.
- 20) Лемма о линейной независимости систем функций и соответствующих им вектор функций. Существование ФСР однородного линейного ОДУ*.
- 21) Теорема о структуре общего решения однородного линейного ОДУ.
- 22) Теорема о структуре общего решения неоднородного линейного ОДУ.

- 23) Решение однородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных корней*.
- 24) Решение однородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай различных корней, пара из которых комплексно-сопряжённые*.
- 25) Решение неоднородного линейного ОДУ с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных*.
- 26) Функции комплексного переменного. Предел функции*. Непрерывность. Арифметические свойства непрерывных функций (одно – на выбор – с доказательством)
- 27) Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса*.
- 28) Степенные ряды. Круг и радиус сходимости. Формула Коши–Адамара.
- 29) Равномерная сходимость степенного ряда.
- 30) Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции (условия Коши–Римана).
- 31) Аналитические функции. Понятие и свойства (одно – на выбор – с доказательством).
- 32) Теорема Коши для односвязной области.
- 33) Теорема Коши для многосвязной области.
- 34) Интегральная формула Коши.
- 35) Бесконечная дифференцируемость аналитической функции*.
- 36) Теорема Лиувилля.
- 37) Теорема об аналитичности суммы степенного ряда.
- 38) Вывод формулы суммы геометрической прогрессии.
- 39) Ряд Тейлора. Теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора.
- 40) Степенной ряд как ряд Тейлора.
- 41) Изолированные нули* и теорема единственности аналитической функции*.
- 42) Ряд Лорана. Теорема Лорана.
- 43) Определение и классификация изолированных особых точек.
- 44) Поведение функции в окрестности устранимой особой точки*. Обратная теорема*.
- 45) Поведение функции в окрестности полюса*.
- 46) Поведение функции в окрестности существенно особой точки.
- 47) Вычет в устранимой особой точке, полюсе первого порядка, существенно особой точке, в $z = \infty$.
- 48) Основная теорема о вычетах и следствие из неё.
- 49) Лемма Жордана*.

- 50) Вычисление интегралов с помощью леммы Жордана. Интегралы вида $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iax} f(x) dx$.
- 51) Вычисление интегралов* вида $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$.
- 52) Преобразование Лапласа и его свойства (одно – на выбор – с доказательством).
- 53) Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений.

2. Дополнительные вопросы

1

- 1) Понятие ОДУ. Порядок ОДУ. Общее и частное решение ОДУ. Общий и частный интеграл ОДУ.
- 2) Нормальные системы ОДУ. Частное и общее решение. Задача Коши. ТСЕ решения задачи Коши*.
- 3) Линейная зависимость и независимость системы функций*.
- 4) Теорема о сумме решения неоднородной линейной системы и решения соответствующей однородной.
- 5) Теорема о разности двух решений неоднородной линейной системы.
- 6) Комплекснозначные решения однородной линейной системы.
- 7) Собственные числа и векторы числовой матрицы. Характеристическое уравнение*.
- 8) Простейшие решения однородной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
- 9) Решение неоднородной линейной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай квазиполинома в правой части*.
- 10) ОДУ n -ого порядка. Частное и общее решение. Частный и общий интеграл.
- 11) Простейшие решения однородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами.
- 12) Решение неоднородного линейного ОДУ с постоянными коэффициентами. Случай квазиполинома в правой части*.
- 13) Комплексные числа и действия над ними. Формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.*
- 14) Сфера Римана. Расширенная комплексная плоскость.
- 15) Предел последовательности комплексных чисел.
- 16) Числовые ряды в \mathbb{C} .
- 17) Критерий Коши сходимости функционального ряда*. Необходимое условие сходимости.

¹Любой из этих вопросов может быть задан Вам в процессе Вашего ответа на вопрос билета, так как без понимания этого дополнительного вопроса оказывается совершенно недопонятым и вопрос билета.

- 18) Абсолютная сходимость функционального ряда*.
- 19) Задание элементарных функций рядами. Их свойства*.
- 20) Производная функции комплексного переменного.
- 21) Гармонические функции. Сопряжённые гармонические функции.
- 22) Понятие и свойства интеграла функции комплексного переменного*.
- 23) Интеграл типа Коши*.
- 24) Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда*.
- 25) Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда*.
- 26) Теорема об аналитичности суммы равномерно сходящегося ряда аналитических функций*.*
- 27) Теорема о радиусе сходимости продифференцированного степенного ряда*.*
- 28) Теорема о радиусе сходимости проинтегрированного степенного ряда*.
- 29) Единственность ряда Лорана*.
- 30) Бесконечно удалённая особая точка.
- 31) Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.
- 32) Интегралы вида $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iax} f(x) dx$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ с полюсами на \mathbb{R} .

(Знак «*» после вопроса означает «без доказательства».)

Список литературы

- [1] *Карташёв А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления*// М., «Наука», 1986.
- [2] *Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений*// М., Изд-во Иностранной литературы, 1958.
- [3] *Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения*// М., «Наука», 1974 (1983).
- [4] *Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление*// М., «Наука», 1969.
- [5] *Тихонов А.Н., Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной* М., Наука, 1967.
- [6] *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного* М., Физматлит, 1958.

- [7] *Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть I*, М., Наука – Физматлит, 2000г.
- [8] *Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть II*, М., Наука – Физматлит, 2000г.
- [9] *Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного* Наука, 1967.
- [10] *Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа* Физматгиз, 1961.