

**Вопросы к экзамену по курсу  
“Аналитическая геометрия и линейная алгебра”**

для потоков Т-1 (лектор — Иванова Т.М.) и Т'-1 (лектор — Гордеев Ю.Н.)

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Основная лемма (теорема) о коллинеарных векторах.
2. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Леммы (теоремы) о линейной зависимости.
3. Определение линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. Леммы (теоремы) о линейной зависимости двух, трех и четырех векторов.
4. Базисы в пространстве, на плоскости и на прямой. Теоремы о базисах в пространстве, на плоскости и на прямой. Координаты вектора.
5. Угол между векторами. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
6. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные векторы. Критерий ортогональности.
7. Понятие ОНБ. Теорема о декартовых координатах. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты сомножителей в ОНБ. Направляющие косинусы.
8. Векторное произведение и его свойства (включая линейность). Критерий коллинеарности двух векторов.
9. Смешанное произведение и его свойства. Критерий компланарности трех векторов.
10. Аффинные и декартовы системы координат. Связь между координатами точек и векторов. Преобразование декартовых прямоугольных систем координат на плоскости.
11. Выражение векторного произведения через координаты сомножителей в ОНБ. Двойное векторное произведение. Вычисление (без док-ва). Свойства.
12. Выражение смешанного произведения через координаты сомножителей в ОНБ.
13. Понятие об уравнениях линии и поверхности. Алгебраические линии на плоскости и алгебраические поверхности в пространстве. Теорема об инвариантности порядка алгебраической линии на плоскости.
14. Уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве, проходящих через заданную точку и ортогональных заданному вектору.

15. Общее уравнение первого порядка на плоскости и в пространстве. Теоремы об общем уравнении плоскости и прямой на плоскости.
16. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Переход от одного вида к другому.
17. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Приведение общего уравнения прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
18. Различные виды уравнений плоскости в пространстве.
19. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
20. Прямая в пространстве. Различные способы задания. Переход от одного способа задания прямой к другому.
21. Вычисление углов между прямыми на плоскости и в пространстве, между плоскостями в пространстве, между прямой и плоскостью в пространстве. Признаки параллельности и ортогональности (прямых на плоскости, плоскостей в пространстве, прямой и плоскости в пространстве).
22. Скрещивающиеся прямые. Вычисление расстояния между ними. Вычисление расстояния от точки до прямой в пространстве.
23. Эллипс. Вывод канонического уравнения. Свойства эллипса.
24. Гипербола. Вывод канонического уравнения. Свойства гиперболы.
25. Парабола. Вывод канонического уравнения. Свойства параболы.
26. Эксцентриситет, директрисы( $-a$ ) эллипса, гиперболы и параболы.
27. Преобразование коэффициентов алгебраического уравнения 2-го порядка при переходе к новой декартовой прямоугольной системе координат.
28. Инварианты алгебраической линии 2-го порядка на плоскости.
29. Приведение уравнений алгебраической линии 2-го порядка на плоскости к каноническому виду (случай центральных кривых).
30. Приведение уравнений алгебраической линии 2-го порядка на плоскости к каноническому виду (случай нецентральных кривых).
31. Классификация алгебраических линий 2-го порядка на плоскости по инвариантам.
32. Цилиндрические поверхности. Теорема о форме уравнения цилиндрической поверхности. Цилиндры 2-го порядка (определение и классификация).

33. Конические поверхности и поверхности вращения. Теоремы о форме их уравнений. Конусы и поверхности вращения 2-го порядка. Исследование формы конической поверхности методом сечений.
34. Канонические уравнения эллипсоидов и гиперболоидов. Исследование их формы методом сечений.
35. Канонические уравнения параболоидов. Исследование их формы методом сечений.
36. Прямоугольные матрицы. Линейные операции над ними. Свойства линейных операций над матрицами.
37. Умножение прямоугольных матриц и его свойства.
38. Транспонированные и сопряженные матрица и их свойства. Симметричные и кососимметричные матрицы.
39. Перестановки. Теорема о транспозиции.
40. Общее определение определителя. Вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Определитель диагональной и треугольной матриц. Теорема об определителе произведения матриц (без док-ва).
41. Лемма о знаке члена определителя. Теорема об определителе транспонированной матрицы и ее следствия.
42. Свойство определителя, связанное с перестановкой строк (столбцов) и его следствия.
43. Свойство линейности определителя и его следствия.
44. Миноры и алгебраические дополнения. Лемма об определителе матрицы специального вида.
45. Теоремы о разложении определителя по строке и по столбцу. Теорема о сумме произведений элементов  $i$ -ой строки на алгебраические дополнения элементов  $j$ -ой строки.
46. Обратная матрица и ее свойства.
47. Критерий обратимости матрицы.